高等数学A

第2章 一元函数微分学

2.1 导数及微分

中南大学开放式精品示范课堂高等数学建设组

2.1 导数及微分

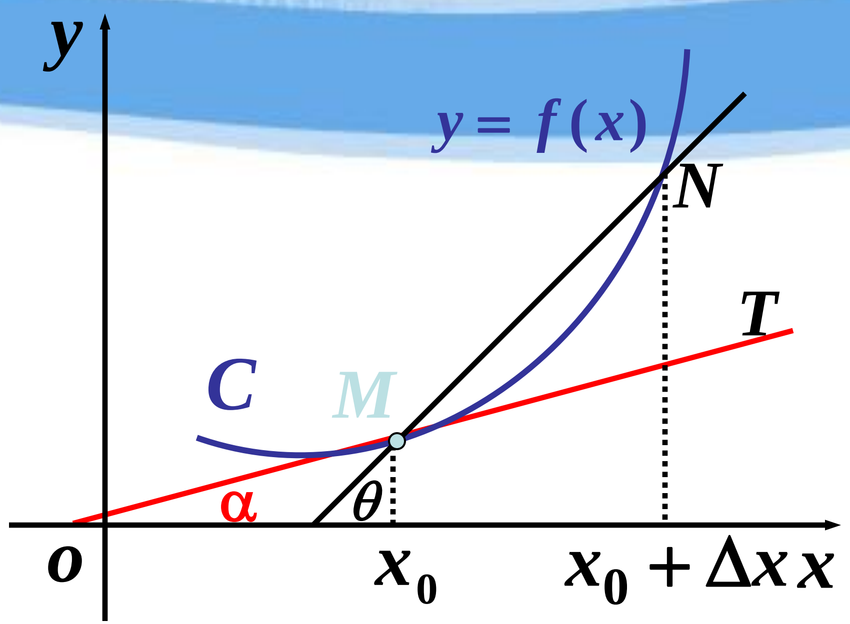
导数及微分

- 2.1.1 引例
  - 切线问题
  - 速度问题
- 2.1.2 导数的概念
  - 定义
  - 左右导数定义
  - 区间上导函数定义
  - 用导数定义求函数导数
    - 用定义求导步骤
    - 用定义求导数习例1-5
- 2.1.3 导数的意义
  - 几何意义
  - 物理意义
- 2.1.4 可导与连续的关系
- 2.1.5 求导数的例题·导数基本公式
  - 求导数的习例8-11
  - 连续函数不存在导数举例
  - 导数基本公式
- 内容小结
- 课堂思考与练习

一.引例

1.切线问题

设曲线方程 $y=f(x)$,求 $M(x_0,y_0)$处切线的斜率.



割线的极限位置——切线

割线 MN 的斜率为 $\tan\theta=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$.

当$N\to M$时, $MN\to MT$, $\Delta x\to 0$,

$$k=\lim_{\Delta x\to 0}\tan\theta=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

2.速度问题

设质点作变速直线运动,它的规律为$s = s(t)$,求在t_0时刻的速度.

在时间$[t_0, t_0 + \Delta t]$内的平均速度为:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}.$$

当$\Delta t \to 0$时,平均速度即为t_0时刻的速度.

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}.$$

二、导数定义

1. $f(x)$在$x = x_0$处的导数 (变化率)

定义：设$y = f(x)$在点x_0的某个邻域内有定义,若

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

存在,则称$y = f(x)$在x_0处可导或导数存在或具有导数.

且称此极限值为$y = f(x)$在x_0处的导数.记为

$$y'|_{x=x_0} \text{ 或} f'(x_0) \text{或} \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0} \text{或} \left.\frac{df}{dx}\right|_{x=x_0}.$$

若这样的极限不存在,则称$y = f(x)$在x_0处不导数.

若为无穷大,则记为$f'(x_0) = \infty$.

注意:

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

$$\overset{x=x_0+\Delta x}{=\!=\!=\!=\!=}\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

$$\overset{h=\Delta x}{=\!=\!=\!=}\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

练习:1. 设 $f(x)$ 在 $x=x_0$处可导，即 $f'(x_0)$存在，则

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\frac{-\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+(-\Delta x))-f(x_0)}{-\Delta x}=-f'(x_0)}{}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}=\frac{\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)-[f(x_0-h)-f(x_0)]}{h}}{}$$

$$=\lim_{h\to 0}\{\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+\frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{-h}\}$$

$$=2f'(x_0)$$

$$\lim_{x\to x_0}\frac{x_0 f(x)-xf(x_0)}{x-x_0}=\frac{\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x_0(f(x)-f(x_0))-(x-x_0)f(x_0)}{x-x_0}}{}$$

$$=\lim_{x\to x_0}\{x_0\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}-f(x_0)\}$$

$$=x_0 f'(x_0)-f(x_0)$$

单侧导数　(左右导数)

左导数: $$f'_{-}(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

右导数: $$f'_{+}(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

注：单侧导数经常在研究分段函数分段点和区间端点的可导性时碰到, 并且有结论:

$$f'(x_0)\text{存在}\Leftrightarrow f'_{+}(x_0)=f'_{-}(x_0).$$

$f(x)$在开区间I内的导数(导函数)

若$f(x)$在I内每一点可导,则称$f(x)$在I内可导.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

也可记为 $\dfrac{dy}{dx}$ 或 y' 或 $\dfrac{df}{dx}$ 或 $f'(x)$.

注意:(1) 如果 $f(x)$在开区间(a,b)内可导,且 $f'_+(a)$及 $f'_-(b)$都存在,就说 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上可导.

(2) 速度是路程函数的导数, 即 $v(t)=s'(t)$.

(3) $f'(x_0)$是一个确定的数值.

$f'(x_0)$是$f(x)$在x_0处的导数,是$f'(x)$在x_0处的函数值.

$$f'(x_0)=f'(x)\big|_{x=x_0}.$$

注意:点导数与导函数的关系

$$\boxed{1.\ f'(x_0) = f'(x)\big|_{x=x_0}.}$$

先求导、后代值.

$$\boxed{f'(x_0) \cancel{=} [f(x_0)]'}$$

练习2 证明:偶函数的导函数是奇函数.

练习:已知$f(x)$是偶函数,且$f'(0)$存在,

证明: $f'(0)=0$.

用定义求函数导数步骤:

(1)求增量 $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

(2)算比值 $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

(3)取极限 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

用导数定义求函数导数习例

例1. 设 $f(x)=C$, 求 $f'(x)$.

例2. 设 $f(x)=x^n$, 求 $f'(x)$.

例3. 设 $f(x)=\cos x$, 计算 $f'(x)$, 并求 $f'(\frac{\pi}{4})$.

例4. 设 $f(x)=a^x$, 求 $f'(x)$.

例5. 设 $f(x)=|x|$, 求 $f'(0)$.

例1. 设 $f(x)=C$, 求 $f'(x)$.

解: 由导数定义得

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{C-C}{\Delta x}=0.$$

$$\therefore\ (C)'=0.$$

Back

例2. 设 $f(x)=x^n$, 求 $f'(x)$.

解:

例如, $(x)'=1, (x^2)'=2x,$

牢记

$$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}=\frac{1}{2\sqrt{x}}.\qquad (\sqrt[3]{x})'=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)'=(x^{-1})'=(-1)x^{-1-1}=-\frac{1}{x^2}.$$

注意: (1) $(x^n)'|_{x=a}=na^{n-1}$ (2) $(x^\mu)'=\mu x^{\mu-1}\quad(\mu\in R)$

例3. 设 $f(x)=\cos x$, 计算 $f'(x)$, 并求 $f'(\frac{\pi}{4})$.

解: $$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cos(x+\Delta x)-\cos x}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{-2\sin(x+\frac{\Delta x}{2})\sin\frac{\Delta x}{2}}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}-2\sin(x+\frac{\Delta x}{2})\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\Delta x}=-\sin x.\quad \therefore\ (\cos x)'=-\sin x.$$

$$\therefore\ f'(\frac{\pi}{4})=(\cos x)'\Big|_{x=\frac{\pi}{4}}=-\sin x\Big|_{x=\frac{\pi}{4}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

同理 $(\sin x)'=\cos x.$

Back

例4. 设 $f(x)=a^x$，求 $f'(x)$.

解: $$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^{x+\Delta x}-a^x}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^x(a^{\Delta x}-1)}{\Delta x}$$

$$=a^x\lim_{\Delta x\to 0}\frac{e^{\Delta x\ln a}-1}{\Delta x}=a^x\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x\ln a}{\Delta x}$$

$$=a^x\ln a.$$

$$\therefore\ (a^x)'=a^x\ln a.$$

$$(e^x)'=e^x.$$

Back

例5. 设 $f(x)=|x|$, 求 $f'(0)$.

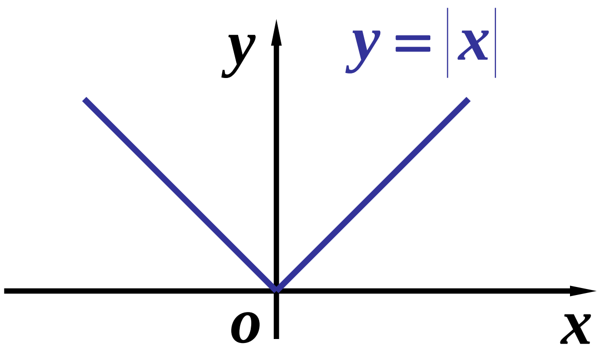
解: $\because \dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\dfrac{|x|-0}{x}=\dfrac{|x|}{x}$.

$$\therefore f'_{+}(0)=\lim_{x\to 0^{+}}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^{+}}\frac{x}{x}=1,$$

$$\text{而 } f'_{-}(0)=\lim_{x\to 0^{-}}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0^{-}}\frac{-x}{x}=-1,$$

故 $f'_{-}(0)\neq f'_{+}(0)$,

$\therefore f'(0)$ 不存在, 即 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导.



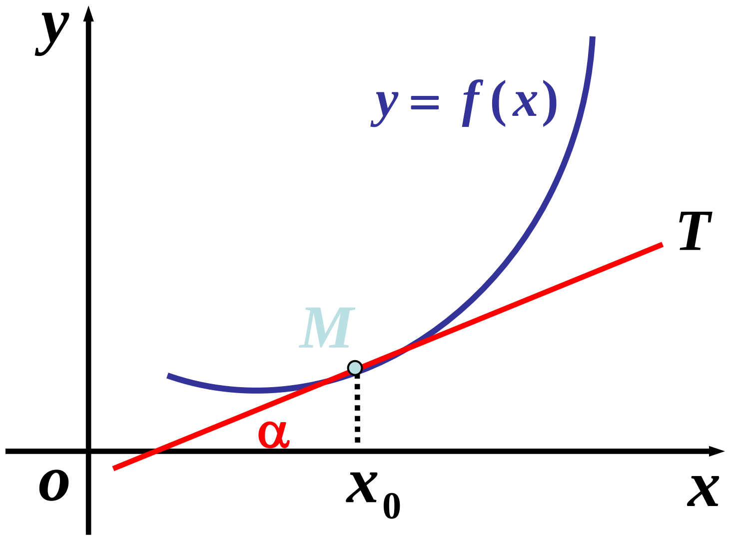
Back

几何意义

由引例可知, $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=k.$

$f'(x_0)$表示曲线$y=f(x)$在点$M(x_0,f(x_0))$处的切线的斜率,即

$f'(x_0)=\tan\alpha$, (α为倾角)



切线方程: $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

法线方程: $y-y_0=-\dfrac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)$

注意:

(1)当$f'(x_0)>0$时,倾斜角α为锐角;

当$f'(x_0)<0$时,倾斜角α为钝角;

当$f'(x_0)=0$时,倾斜角$\alpha=0$; 此时切线与x轴平行;

当$f'(x_0)=\infty$时,倾斜角$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$; 此时切线与x轴垂直.

(2)当导数存在时, 一定能够找到切线;
反之, 当有切线时,不一定导数存在!

(3)当x_0为区间端点时,
则利用单侧导数得到在该点的斜率.

例6.在$y=x^2$上取$x_1=1$及$x_2=3$的两点,作过这两点的割线,问抛物线上哪一点的切线平行于这条割线.

解: 曲线$y=x^2$上取的两点为(1,1)和(3,9)

割线的斜率为 $k_1=\dfrac{9-1}{3-1}=4$

又$y=x^2$的切线斜率为 $k_2=2x$

依题意知, $2x=4$

$\therefore x=2, y=4$

所求点为 (2,4).

物理意义 (非均匀变化量的瞬时变化率)

变速直线运动:路程对时间的导数为物体的瞬时速度.

$$v(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}.$$

交流电路:电量对时间的导数为电流强度.

$$i(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{dq}{dt}.$$

非均匀的物体:质量对长度(面积,体积)的导数为物体的线(面,体)密度.

三、函数的可导性与连续性的关系

定理: 若$f(x)$在 x_0可导, 则$f(x)$在 x_0连续.

-------可导必连续

证明: 设$f(x)$在x_0可导, 则 $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

$$\lim_{x\to x_0}[f(x)-f(x_0)]=\lim_{x\to x_0}\left[\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\cdot(x-x_0)\right]$$

$$=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\cdot\lim_{x\to x_0}(x-x_0)=f'(x_0)\cdot 0=0.$$

$\therefore \lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$. 即$f(x)$在 x_0连续.

注意：(1)若$f(x)$在x_0不连续,则$f(x)$在x_0一定不可导.

(2)若$f(x)$在x_0连续, $f(x)$在x_0不一定可导.

例7.考虑 $f(x)=|x|$在$x=0$处的连续性与可导性.

解：$\because\ f(x)=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases},$

$$f(0)=0,\quad f(0+0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x=0$$

$$f(0-0)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(-x)=0.$$

$\therefore\ \lim\limits_{x\to 0} f(x)=0=f(0).$ 即$f(x)$在$x=0$处连续.

但我们知道 $f'(0)$ 不存在.

四、求导数的习例

例8.讨论$f(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x} & x>0 \\ x & x\le 0 \end{cases}$ 在$x=0$处的连续性与可导性.

例9.设$f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$,

问a,b为何值时,$f(x)$在$x=1$处连续且可导.

例10.问$f(x)=|\cos x|$在$x=\dfrac{\pi}{2}$处是否连续?是否可导?

例11.设$f(x)=\varphi(a+bx)-\varphi(a-bx)$,其中$\varphi(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,且在$x=a$处可导,求$f'(0)$.

例8.讨论$f(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x} & x>0 \\ x & x\le 0 \end{cases}$ 在$x=0$处的连续性与可导性.

解: (1) $\because\ f(0)=0,$

$$f(0+0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x^2\cos\frac{1}{x}=0,$$

$$f(0-0)=\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} x=0,$$

故 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0=f(0),$

所以 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

$$(2)\because\ f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2\cos\frac{1}{x}-0}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}x\cos\frac{1}{x}=0,$$

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x-0}{x}=1,$$

故 $f'_+(0)\neq f'_-(0).$

$\therefore f'(0)$不存在.即$f(x)$在$x=0$处不可导.

Back

例9.设$f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$,

问a,b为何值时, $f(x)$在$x=1$处连续且可导.

解: $\because f(1)=1,$

$$f(1-0)=\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} x^2=1,$$

$$f(1+0)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(ax+b)=a+b,$$

因为 $f(x)$ 在 x=1处连续,可得

$$a+b=1.$$

又 $$f'_+(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{ax+b-1}{x-1}$$

$$\xlongequal{a+b=1}\lim_{x\to1^+}\frac{ax-a}{x-1}=a,$$

$$f'_-(1)=\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1^-}(x+1)=2.$$

由 $f(x)$在 $x=1$处可导,可得

$$f'_+(1)=f'_-(1)$$

$$\therefore a=2, b=-1.$$

Back

例10.问$f(x)=|\cos x|$在$x=\dfrac{\pi}{2}$处是否连续?是否可导?

解: (1) $\because f(\frac{\pi}{2})=|\cos\frac{\pi}{2}|=0,$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}|\cos x|=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}(-\cos x)=-\cos\frac{\pi}{2}=0,$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}|\cos x|=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\cos x=\cos\frac{\pi}{2}=0.$$

$\therefore \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)=0=f(\frac{\pi}{2})$, 即$f(x)=|\cos x|$在$x=\dfrac{\pi}{2}$处连续.

(2)又 $f'_+(\frac{\pi}{2})=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\dfrac{f(x)-f(\frac{\pi}{2})}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\dfrac{-\cos x}{x-\frac{\pi}{2}},$

$$\xlongequal{x-\frac{\pi}{2}=t}\lim_{t\to 0^+}\frac{-\cos(\frac{\pi}{2}+t)}{t}=\lim_{t\to 0^+}\frac{\sin t}{t}=1,$$

$$f'_-(\frac{\pi}{2})=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{f(x)-f(\frac{\pi}{2})}{x-\frac{\pi}{2}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}}$$

$$\xlongequal{x-\frac{\pi}{2}=t}\lim_{t\to 0^-}\frac{\cos(\frac{\pi}{2}+t)}{t}=\lim_{t\to 0^-}\frac{-\sin t}{t}=-1,$$

由于 $f'_+(\frac{\pi}{2})\neq f'_-(\frac{\pi}{2})$, $\therefore f'(\frac{\pi}{2})$不存在.

$\therefore f(x)=|\cos x|$在$x=\frac{\pi}{2}$处不可导.

例11.设$f(x)=\varphi(a+bx)-\varphi(a-bx)$,其中$\varphi(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义,且在$x=a$处可导,求$f'(0)$.

解:

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(a+bx)-\varphi(a-bx)}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(a+bx)-\varphi(a)}{x}-\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(a-bx)-\varphi(a)}{x}$$

$$=b\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(a+bx)-\varphi(a)}{bx}+b\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(a-bx)-\varphi(a)}{-bx}$$

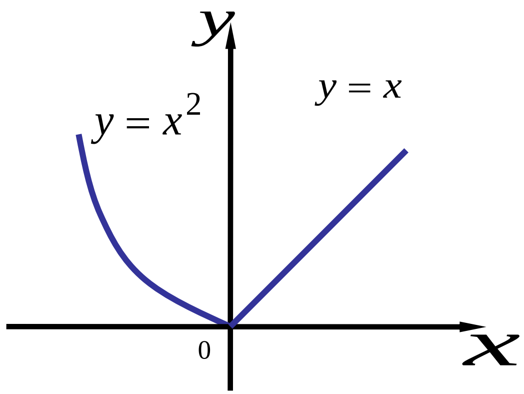
$$=2b\varphi'(a).$$

Back

连续函数不存在导数举例

1. 函数 $f(x)$连续，若 $f'_-(x_0) \neq f'_+(x_0)$则称点 x_0 为函数 $f(x)$ 的角点，函数在角点不可导.

例如，$f(x)=\begin{cases} x^2, & x \le 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$，



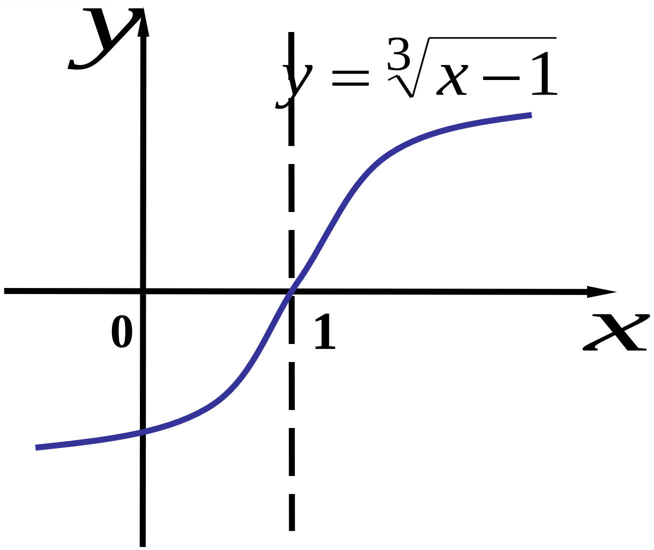
在$x=0$处不可导，$x=0$为$f(x)$的角点.

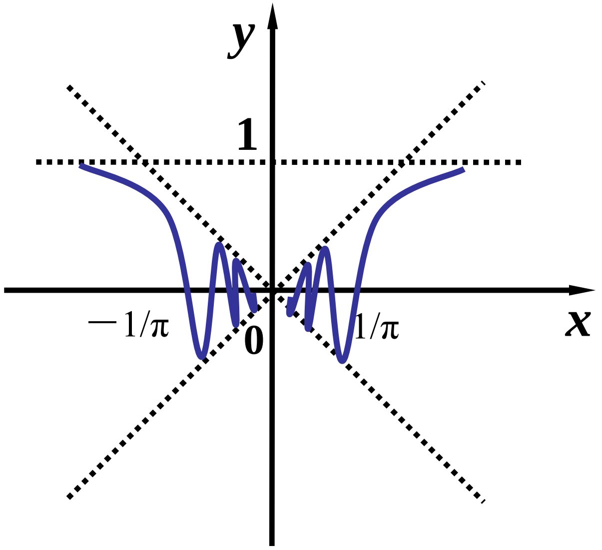
2. 设函数 $f(x)$在点 x_0连续，但

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = \infty,$$

称函数 $f(x)$在点 x_0有无穷导数.(不可导)

例如，$f(x)=\sqrt[3]{x-1}$，在 $x=1$处不可导.



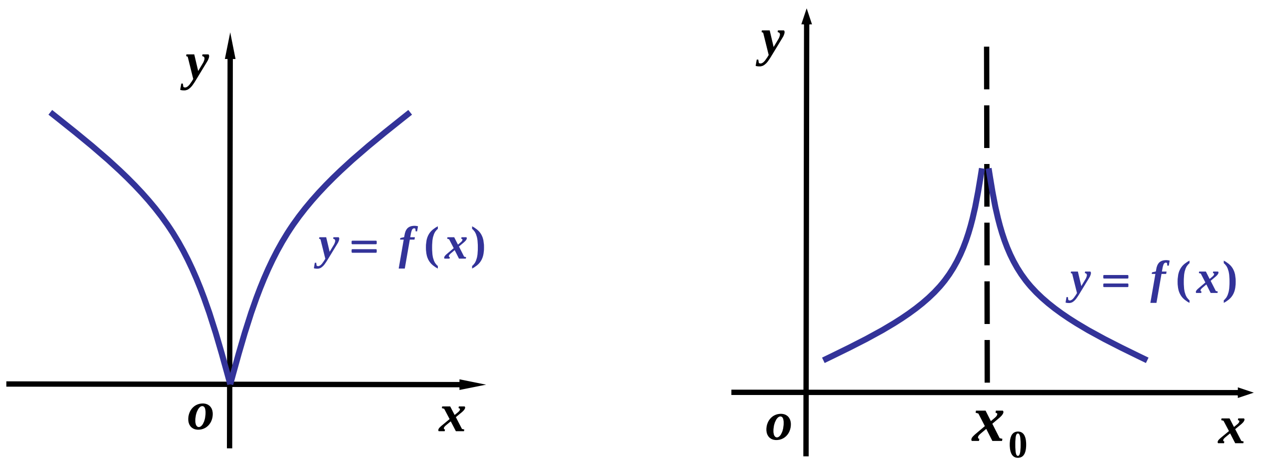


3. 函数 $f(x)$在连续点的左右导数都不存在

(指摆动不定)，则 x_0点不可导.

例如，$f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，在$x=0$处不可导.

4. 若$f'(x_0)=\infty$，且在点x_0的两个单侧导数符号相反，则称点x_0为函数$f(x)$的尖点(不可导点)．



导数基本公式（已学求导公式）：

$$(C)' = 0;$$

$$(x^{\mu})' = \mu x^{\mu-1};$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

内容小结

1. 导数的实质: 增量比的极限;

2. $f'(x_0)=a \Longleftrightarrow f'_+(x_0)=f'_-(x_0)=a$

3. 导数的几何意义: 切线的斜率;

4. 可导必连续, 但连续不一定可导;

5. 已学求导公式 :

$$(C)'=0; \qquad (x^\mu)'=\mu x^{\mu-1}; \qquad (\ln x)'=\frac{1}{x}$$

$$(\sin x)'=\cos x; \qquad (\cos x)'=-\sin x;$$

6. 判断可导性 $\begin{cases} \text{不连续, 一定不可导.} \\ \text{直接用导数定义;} \\ \text{看左右导数是否存在且相等.} \end{cases}$

思考题

1. 函数 $f(x)$ 在连续点不可导有哪些类型？

2. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 可导，是否函数在点 x_0 的某个邻域内每一点可导？

3. 符号 $f'_+(x_0)$ 与 $f'(x_0+0)$ 是否有区别？

4. 求哪些函数个别点的导数或左右导数应用导数的定义？

5. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 不可导，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 不存在切线。

思考题参考答案

课堂练习：习题2.1第2题(1)(2)、第6题、第7题

练习参考答案